

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan KSCP
Sidang Akademik 1997/98

April 1998

ZSC 545/4 - Spektroskopi Keadaan Pepejal

Masa: [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEBELAS muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab EMPAT soalan sahaja: DUA dari Bahagian A dan DUA dari Bahagian B. Calon-calun boleh memilih menjawab Bahagian A dalam Bahasa Malaysia. Jika calon-calun memilih untuk menjawab dalam Bahasa Inggeris, sekurang-kurangnya satu soalan wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia. Kesemua Bahagian B wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

Bahagian A

1. Lazimnya, medan elektrik \mathbf{E} dalam suatu gelombang optik merambat dalam arah z dalam bahantara bukan magnet isotrop dengan pemalar dielektrik ϵ dapat ditulis sebagai:

$$\mathbf{E} = \text{Re}(\mathbf{E}_0 e^{i(kz - \omega t)})$$

di mana $\mathbf{E}_0 = (E_x, E_y)$ adalah vektor dua-dimensi dengan komponen kompleks E_x dan E_y .

- (a) Bagi kes khas $E_y = 0$, tunjukkan bagaimana amplitud dan fasa \mathbf{E} adalah terkandung dalam E_x .

(10/100)

- (b) Takrifkan cahaya terkutub linear. Tuliskan, dengan alasan, bentuk-bentuk \mathbf{E}_0 bagi

- (i) pengkutuban linear dengan \mathbf{E} sepanjang x ,
(ii) pengkutuban linear dengan \mathbf{E} sepanjang y ,

...2/-

- (iii) pengkutuban linear dengan \mathbf{E} pada sudut α terhadap paksi x.

(20/100)

- (c) Dalam suatu bahantara tak isotrop linear am, sifat-sifat dielektrik dinyatakan secara tensor pangkat-kedua ϵ_{ij} . Tunjukkan apakah maksud ini dengan menulis hubungan di antara vektor-vektor medan elektrik \mathbf{D} dan \mathbf{E}

- (i) menggunakan tanda penjumlahan
(ii) dengan penuh.

(10/100)

- (d) Tuliskan bentuk ϵ_{ij} merujuk kepada paksi-paksi utama bagi bahantara ekapaksi.

(10/100)

- (e) Bagi suatu gelombang satah dalam bahantara tak isotrop dengan \mathbf{E} , medan $\mathbf{E}_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$ dan ω berkait melalui persamaan Fresnel $(n^2 - \epsilon_1)(\epsilon_3 n_z^2 + \epsilon_1 n_x^2 - \epsilon_1 \epsilon_3) = 0$ di mana $\mathbf{n} = c\mathbf{k}/\omega$ dan $\epsilon_{xx} = \epsilon_1$ dan $\epsilon_{zz} = \epsilon_3$. Gunakan persamaan ini untuk membincangkan dwirefringens bagi suatu bahantara ekapaksi dalam sebutan gelombang-gelombang biasa dan luar biasa.

(40/100)

2. (a) Cahaya terkutub linear adalah dituju secara normal dalam bahantara dengan pemalar dielektrik ϵ_1 di atas satah antaramuka dengan bahantara yang mempunyai pemalar dielektrik ϵ_2 . Dengan menulis amplitud-amplitud bagi gelombang tuju, terpantul dan dipancarkan sebagai E_0 , rE_0 dan tE_0 , buktikan dari persamaan Maxwell dan syarat sempadan bahawa:

$$r = \frac{\epsilon_1^{1/2} - \epsilon_2^{1/2}}{\epsilon_1^{1/2} + \epsilon_2^{1/2}} \quad t = \frac{2\epsilon_1^{1/2}}{\epsilon_1^{1/2} + \epsilon_2^{1/2}}$$

(30/100)

...3/-

- (b) Buktikan bahawa bila ϵ_1 dan ϵ_2 adalah kedua-duanya sah dengan ϵ_1 positif dan ϵ_2 negatif $|r| = 1$.
(10/100)

- (c) Dalam hablur polar, fungsi dielektrik diberi oleh ungkapan

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \right) \quad (2)$$

di mana $\epsilon_\infty > 1$ dan $\omega_L > \omega_T$. Lukis lakaran dengan penerangan, untuk menunjukkan pergantungan frekuensi bagi ϵ bila $\Gamma = 0$. Lukis lakaran bagi beberapa nilai nisbah ω_L/ω_T dan tandakan nilai-nilai frekuensi sifar dan frekuensi tinggi $\epsilon(0)$ dan $\epsilon(\omega \rightarrow \infty)$.

(30/100)

- (d) Sinaran infra merah dituju secara normal dari vakum ke atas bahantara dengan fungsi dielektrik seperti persamaan bahagian (c). Gunakan ungkapan bagi r yang diterbitkan dalam bahagian (a) untuk melakarkan, dengan alasan-alasan, pergantungan frekuensi bagi keterpantulan $|r|^2$ bila $\Gamma = 0$. Lukis lakaran seterusnya, dengan penerangan yang sesuai, untuk menunjukkan $|r|^2$ bagi Γ bukan sifar.

(30/100)

3. (a) Kadar peralihan di antara keadaan ψ_i dekat atas jalur valens suatu semikonduktor dan kumpulan keadaan-keadaan akhir ψ_j dalam jalur konduksi diberi oleh aturan emas Fermi sebagai

$$v_{ij} = (2\pi/\hbar)\rho(j) |\int \psi_j^* H^1 \psi_i d^3r|^2$$

di mana $\rho(j)$ adalah bilangan keadaan-keadaan j per unit julat tenaga. Dengan menganggap $\psi_i \propto \exp[i(\vec{q}_v \cdot \vec{r} - \omega_v t)]$, $\psi_j \propto \exp[i(\vec{q}_c \cdot \vec{r} - \omega_c t)]$ dan $H^1 \propto \exp[i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \omega t)]$ buktikan petua pemilihan $\omega = \omega_c - \omega_v$ dan $\vec{q} = \vec{q}_c - \vec{q}_v$.

(20/100)

...4/-

- (b) Perturunkan dan jelaskan kenyataan bahawa peralihan optik adalah hampir menegak pada gambarajah struktur jalur.
(10/100)
- (c) Jelaskan kepentingan perbezaan di antara semikonduktor-semikonduktor jurang langsung dengan tak langsung.
(10/100)
- (d) Dengan menganggap ketumpatan keadaan-keadaan yang dibenarkan adalah seragam dalam ruang \vec{q} buktikan bahawa $\rho(j) \propto E^{1/2}$ untuk suatu jalur konduksi parabolaan, $E = \hbar^2 q^2 / 2m^*$. Perturunkan pergantungan penyerapan tepi asas kepada tenaga foton $\hbar\omega$ dalam suatu semikonduktor jurang langsung dan lakarkan bentuk pergantungan ini.
(30/100)
- (e) Tepi penyerapan kemungkinan dirumitkan oleh corak-corak eksitonik. Tuliskan keterangan ringkas mengenai sifat-sifat eksiton dan cara bagaimana kesan-kesan eksitonik mengubahsuai tepi penyerapan asas.
(30/100)

Bahagian B

4. (a) Dalam satu penyerakan Raman yang mana indeks biasan bagi cahaya tuju dan terserak adalah sama, tunjukkan bahawa pengujian tertib pertama mempunyai vektor gelombang $q \approx 0$ merujuk kepada saiz zon Brillouin pertama.
(25/100)
- (b) Kenapakah komponen cahaya terserak yang selalu diukur dalam ujikaji serakan cahaya Raman ialah komponen Stokes?
(25/100)

- (c) Persamaan gerakan kekisi dengan kehadiran satu medan elektrik di dalam hablur dapat ditulis sebagai

$$\ddot{W}_{\sigma} + \omega_{\sigma}^2 W_{\sigma} = - \frac{NZ_{\sigma}(q.\xi_{\sigma}) \sum_{\tau} Z_{\tau}(q.\xi_{\tau}) W_{\tau}}{\epsilon_0 V (\epsilon_{\infty}^x q^x x^2 + \epsilon_{\infty}^y q^y y^2 + \epsilon_{\infty}^z q^z z^2)}$$

dengan sebutan-sebutan mempunyai maksud biasa seperti di dalam nota.

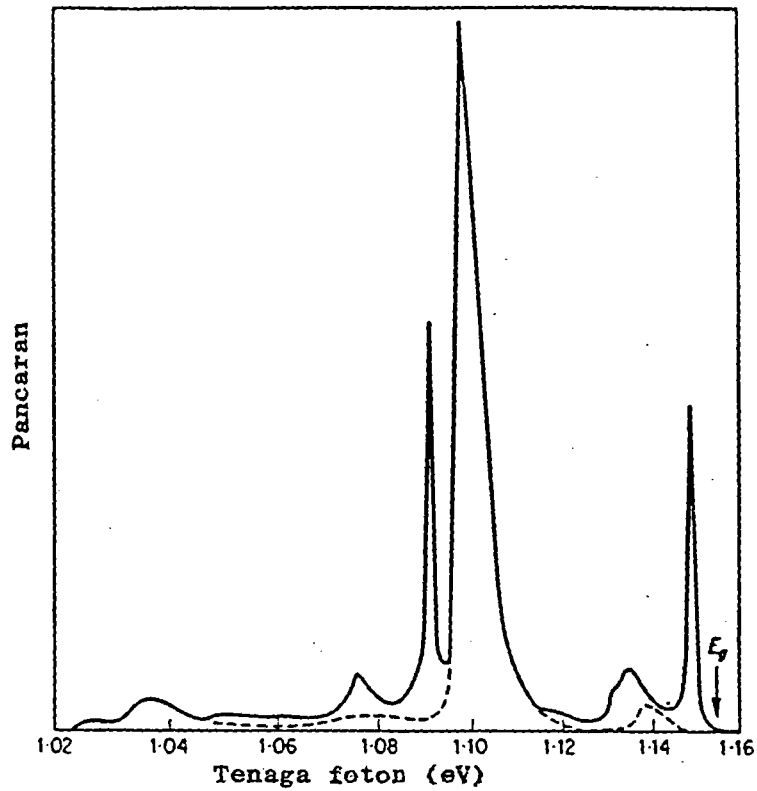
- (i) Tunjukkan bagaimana persamaan di atas dapat menerangkan ciri-ciri mod tak polar dan melintang.
- (ii) Tunjukkan bagi hablur GaAs bahawa persamaan gerakan mod membujurnya dapat diberi sebagai

$$\ddot{W} + \omega_T^2 W = - \frac{NZ^2 W}{\epsilon_0 V \epsilon_{\infty}}$$

dengan ω_T ialah frekuensi bagi mod melintang.

- (iii) Daripada persamaan bahagian (ii), tentukan persamaan bagi frekuensi mod membujur tersebut.
- (50/100)

5. (a) Rajah di bawah mewakili spektrum pancaran daripada Si yang diuja secara optik pada suhu 25°K. Lengkung putus mewakili Si tulen sementara lengkung penuh mewakili Si yang didop dengan 8×10^{16} bendasing As se cc. Daripada J.R. Haynes, Phys. Rev. Lett., 4, 361 (1960).



Perihalkan dengan jelas proses-proses pancaran foton bagi spektrum pancaran tersebut.

(30/100)

- (b) Bincangkan peranan bendasing Cu, Al, I dan In di dalam spektrum fotoluminesens ZnS apabila diuja dengan cahaya ultra lembayung.

(20/100)

...7/-

- (c) (i) Terbitkan keamatan pancaran termoluminesens kinetik molekul (Tertib Pertama)

$$I = n_{t_0} s \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) \exp\left\{-\int_{T_0}^T \frac{s}{\beta} \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) dT\right\}$$

dengan n_{t_0} ialah bilangan elektron yang terperangkap pada suhu T_0 ,

s ialah pekali kebarangkalian lepasan,

E ialah kedalaman paras perangkap di bahagian bawah jalur konduksi dan

$\beta = \frac{dT}{dt}$ ialah kadar pemanasan malar.

- (ii) Bincangkan kelakuan persamaan di atas pada suhu rendah, pertengahan dan tinggi.

- (iii) Terbitkan persamaan bagi kedalaman perangkap E menerusi syarat bagi keamatan maksimum.

(50/100)

TRANSLATION

Section A

1. By convention, the electric field \mathbf{E} in an optical wave propagating in the z direction in an isotropic non-magnetic medium with dielectric constant ϵ is written as

$$\mathbf{E} = \text{Re}(\mathbf{E}_0 e^{i(kz - \omega t)})$$

where $\mathbf{E}_0 = (E_x, E_y)$ is a two-dimensional vector with complex components E_x and E_y .

- (a) For the special case $E_y = 0$, show how the amplitude and phase of \mathbf{E} are contained in E_x .

(10/100)

- (b) Define linearly polarized light. Write down, with reasons, the forms of \mathbf{E}_0 for

- (i) linear polarization with \mathbf{E} along x ,
- (ii) linear polarization with \mathbf{E} along y ,
- (iii) linear polarization with \mathbf{E} at angle α to the x axis.

(20/100)

- (c) In a general linear anisotropic medium the dielectric properties are expressed by means of a second-rank tensor ϵ_{ij} . Show what this means by writing down the relation between the electric field vectors \mathbf{D} and \mathbf{E}

- (i) using the summation convention and
- (ii) in full.

(10/100)

- (d) Write down the form of ϵ_{ij} referred to the principal axes of a uniaxial medium.

(10/100)

...9/-

- (e) For a plane wave in an anisotropic medium with \mathbf{E} field $\mathbf{E}_0 \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$ \mathbf{k} and ω are related by the Fresnel equation $(n^2 - \epsilon_1)(\epsilon_3 n_z^2 + \epsilon_1 n_x^2 - \epsilon_1 \epsilon_3) = 0$ where $\mathbf{n} = c\mathbf{k}/\omega$ and $\epsilon_{xx} = \epsilon_1$ and $\epsilon_{zz} = \epsilon_3$. Use this equation to discuss the birefringence of a uniaxial medium in terms of ordinary and extraordinary waves.

(40/100)

2. (a) Linearly polarized light is normally incident in a medium with dielectric constant ϵ_1 on a plane interface with a medium of dielectric constant ϵ_2 . Writing the amplitudes of the incident, reflected and transmitted waves as E_0 , rE_0 and tE_0 prove from Maxwell's equations and boundary conditions that

$$r = \frac{\epsilon_1^{1/2} - \epsilon_2^{1/2}}{\epsilon_1^{1/2} + \epsilon_2^{1/2}} \quad t = \frac{2\epsilon_1^{1/2}}{\epsilon_1^{1/2} + \epsilon_2^{1/2}} \quad (30/100)$$

- (b) Prove that when ϵ_1 and ϵ_2 are both real with ϵ_1 positive and ϵ_2 negative $|r| = 1$.

(10/100)

- (c) In a polar crystal the dielectric function is given by the expression

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_L^2 - \omega_T^2}{\omega_T^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \right) \quad (2)$$

where $\epsilon_\infty > 1$ and $\omega_L > \omega_T$. Draw sketches, with explanations, to show the frequency dependence of ϵ when $\Gamma = 0$. Draw sketches for several values of the ratio ω_L/ω_T and mark the zero frequency and high frequency values $\epsilon(0)$ and $\epsilon(\omega \rightarrow \infty)$.

(30/100)

- (d) Infrared radiation is normally incident from vacuum on a medium with dielectric function given by eqn. (2). Use the expression for r derived in (a) to sketch, with reasons, the frequency dependence of the reflectivity $|r|^2$ when $\Gamma = 0$. Draw further sketches, with suitable explanation, to show $|r|^2$ for non-zero Γ .

(30/100)

3. (a) The transition rate between a state ψ_i near the top of the valence band of a semiconductor and a group of final states ψ_j in the conduction band is given by Fermi's gold rule as

$$v_{ij} = (2\pi/\hbar)\rho(j)|\int \psi_j^* H^1 \psi_i d^3r|^2$$

where $\rho(j)$ is the number of states j per unit energy range.

Assuming that $\psi_i \propto \exp[i(\vec{q}_v \cdot \vec{r} - \omega_v t)]$, $\psi_j \propto \exp[i(\vec{q}_c \cdot \vec{r} - \omega_c t)]$

and $H^1 \propto \exp[i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \omega t)]$ prove the selection rules $\omega = \omega_c - \omega_v$

and $\vec{q} = \vec{q}_c - \vec{q}_v$.

(20/100)

- (b) Deduce and explain the statement that optical transitions are nearly vertical on band-structure diagrams.

(10/100)

- (c) Explain the importance of the distinction between direct and indirect gap semiconductors.

(10/100)

- (d) Assuming that the density of allowed states is uniform in \vec{q} space prove that $\rho(j) \propto E^{1/2}$ for a parabolic conduction band, $E = \hbar^2 q^2 / 2m^*$. Deduce the dependence on photon energy $\hbar\omega$ of the fundamental absorption edge in a direct-gap semiconductor and sketch the form of this dependence.

(30/100)

...11/-

- (e) The absorption edge may be complicated by excitonic features. Write a short account of the properties of excitons and of the way in which excitonic effects modify the fundamental absorption edge.

(30/100)

- 0000000 -